

## ĀSTHĀNAKOLĀKALAM — A MATHEMATICAL TREATISE IN TAMIL

(Dr. Sita Sundar Ram, Senior Research Fellow, K.S.R.Institute, Chennai)

Some time ago when research was being done on '*kaṇakkadikāram*' (texts on mathematics), 3 manuscripts were found bearing the name *Āsthānakolākalam* (No. 930, No. 1327 and No. 1475) in the Tanjore Saraswathi Mahal Library. Moreover there was an edited text of the same name in the Government Oriental Manuscripts Library, Madras. Another Manuscript (No. 436) was also discovered in the GOML having the same name.

The mathematical text in Tamil by the name *Āsthānakolākalam* seems to be a compilation of the text and above manuscripts of the same name. It has been very well edited and explained by Dr. K. Satyabhama who is very much interested in both Tamil literature and mathematics. The text has been published by the Tanjore Saraswathi Mahal Library in 2004.

One of the verses (no. 5) mentions the name of the author of the text as Naviliperumal, son of Nagan. But there is no mention of the date.

கூடலில் நாகன் குணம்பெற வனித்த

ஆடவர் தூறின் நாவிளிப் பெருமாள்

பாடலைப், பாணர் பாதம் பணிவோன்

நாடவர் நகைக்க நயந்துரைத் தேனே.

Many colloquial words are found for eg. *nappadu* for *nārpadu* and so on. We also come across some technical terms, which is not surprising since it is a mathematical treatise. For example, *Mārupākam* denotes the product of two dissimilar numbers, *paḍiyaditthogai* means the sum of an arithmetic series and so on.

Some of the interesting topics are taken into consideration here :-

### I Measures:

1. **Numerals** are from 1, 10, 100 up to 1 crore in powers of 10; then they are measured in terms of crores. 1 crore crore is a *mahākoṭi*. 1 crore *mahākoṭi* is a *saṅgam* and so it goes up to... *mahā anantam* which is  $10^{232}$ . Thus we have a unique word for  $10^{232}$ .

2. **Measures of time** are similar to what one finds in ancient Sanskrit texts too:

2 *kaṇṇimai* = 1 *kainoḍi*; 2 *kainoḍi* = 1 *māttirai*; 2 *māttirai* = 1 *guru*; 11 *guru* = 1 *uyir*;  
 6 *uyir* = 1 *vināzhigai* ; 60 *vināzhigai* = 1 *nāzhigai* ; 7 ½ *nāzhigai* = 1 *jāmam* ;  
 3 *jāmam* = 1 *pozhudu* ; 2 *pozhudu* = 1 *nāl* ; 30 *nāl* = 1 *thiṅgal* ; 12 *thiṅgal* = 1 *āṇḍu*.

3. **Linear measures:**

8 *aṇu* = 1 *kadirezhudugal*

... 4 *kuppidu* = 1 *kādam*

### II Information about chess board:

எட்டெட்டு அறுபத்து னாலுஅறை யாமாகில்

எட்டட்டம் கொண்டு முதலாக-விட்டிட

இரட்டித்த நெல்லதனை ஈங்குர இன்னென்றேல்

முரட்டித்த மூதறிவி னார்

If on the 64 squares in the chess board grains are placed as follows: 2 in the 1<sup>st</sup> square, 2<sup>2</sup> on the 2<sup>nd</sup> square and so on, the number of grains on the last square will be 2<sup>64</sup> which will be 18447 *mahākoṭi*, 42370 *koṭi*, 95 lakhs and 50616. Everyone is aware of how a king got duped by promising to pay 2 grains per square.

### III Arithmetic progression and series:

ஆதி யொன்றுமுத லன்ப தின்வரை

சேதி யாந்தொகை செப்பிடில் பத்தஞ்சை

பாதி செய்தாரைப் பங்குடன் கூட்டிமுன்

நீதி யானது ரெத்தினச் சுருக்கமே. (25)

$1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 10 (1 + 10) / 2 = 55$  { same as the modern formula for the sum of n natural numbers =  $n(n+1)/2$ }

Similarly  $1 + 2 + \dots + 100 = 100 (1 + 100) / 2 = 5050$

a) Sum of odd numbers  $1 + 3 + 5 + 7 + 9$ :

1 தொடங்கி 10 அளவுந் தொகையில் ஒற்றித்தொகை எத்தனையென்னில்,  $(1+3+5+7+9)$

ஒற்றித்தத் தொகைக்கு 10 உடனே கூட்டிப் பெருக்கின தொகையில் 5ல் களைய நீக்கு 50. இதனைப் பாதி செய்ய 25. ஆதலால் ஒற்றித்தத் தொகை 25 என்பது.

Take the sum of  $1 + 2 + \dots + 10$  which is equal to 55; remove 5 from it and divide by 2 to get 25 which is the required sum.

b) Sum of even numbers  $2 + 4 + 6 + 8 + 10$ :

1 தொடங்கி 10 அளவுந் தொகையில் இரட்டித்தத் தொகை எத்தனையென்னில்  $(2+4+6+8+10)$ .

இரட்டித்தத் தொகையில் பாதி 5 என்றது. உடனே 1 கூட்ட 6. இதனை 10-ல் பெருக்க, 60. இதனைப் பாதி செய்ய 30. ஆதலால் இரட்டித்தத் தொகை 30 என்பது.

2 + 4.....10 half is 5 multiplied by 10 after adding 1 is equal to 60; half of that is 30 the required sum.

#### IV *Mutthogai kanakku* – Rule of three

If for working 30 days, a worker gets 1 *pon*, 8  $\frac{3}{4}$  *panam*, how long should a worker work to get 15 *pon* ( 1*pon* = 10 *panam*).

It is a case of direct proportion.

$(30 \times 15) / 8 \frac{3}{4} = 240$  days which is equal to 8 months

#### V Another example

ஒரெட்டு மாத்தில் ஒருவிரா கன்பணமே

நேரிட்ட நாலேழாம் நீயாறு மாத்துக்குப்

பேரிட்ட முன்னிரண்டும் பெருக்க முதல்முன்றும்

நீரிட்டத் தாக்கிநிறுத் தினத் தொகைக் கீயவீரே

If 1 *virahan* of 8 *mathu* (karat), costs 28 *panam*, find the cost of 1 *virahan* of 6 *mathu*?

Required *panam* =  $(28 \times 6)/8 = 21$  *panam*

#### VI *Ainthogai kanakku* – Rule of five

There was a temple in a city. For lighting 60 lamps 1 *nāzhi* of oil was given and the lamps burnt for 7  $\frac{1}{2}$  *nāzhigai*. One day there was less oil. So 10 lamps were given and  $\frac{1}{4}$  *nāzhi* oil was given. How long would the lamps burn?

It is a case of proportion with 5 quantities. Here lamps and time are in inverse proportion and oil and time are in direct proportion.

$60/10 \times \frac{1}{4} \times 7 \frac{1}{2} = 11 \frac{1}{4}$  *nāzhigai*

## VII *Ezhuthogai kanakku* – Rule of seven

10 வயதிலே 8 கூத்தும் 6 திருகும் ஆடுவாளுக்குச் சம்பளம் பொன் 10 ஆக, 5 வயதிலே 4 கூத்தும் 3 திருகும் ஆடுவாளுக்கு சம்பளம் எத்தனை?

If a 10 year old girl will dance 8 *koothu* and 6 *thirugu* and earn 10 *pon*, what will a 5 year old girl dancing 4 *koothu* and 3 *thirugu* earn?

$$5/10 \times 4/8 \times 3/6 \times 10 = 10/8 = 1 \text{ pon } 2 \frac{1}{2} \text{ panam}$$

## VIII *Onpadu thogai* – Rule of nine

1/4 முழ கனத்தில், 1/2 முழ பரப்பில் 4 முழ நீளத்தில், கல் ஒன்றிக்கு விலை பணம் 4 ஆக 1/2 முழ கனத்தில் 3/4 முழ பரப்பில் 4 முழ நீளத்தில், கல் 20-க்கு பொன் எத்தனை?

If the price of a stone measuring  $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times 4$  is 4 *panam*, what is the price of 20 stones measuring  $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times 4$ ?

$$\frac{1}{4} / \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} / \frac{1}{2} \times 4 / 4 \times 20 / 1 \times 4 = 240 \text{ panam} = 24 \text{ pon}$$

## IX *Ul vattam* and *Pura vattam*

When the profits are shared and the shared amount are added up

a) it is called *ul vattam* when the shared amount is less than the total profits. For e.g

Profits = 120; divisions of shares are  $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{12}$

$$\frac{1}{2} \times 120 = 60; \quad \frac{1}{6} \times 120 = 20;$$

$$\frac{1}{8} \times 120 = 15; \quad \frac{1}{12} \times 120 = 10$$

Total is 105 which is less than 120

b) *Pura vattam* occurs when the shared amount exceeds the total profits. Example for *pura vattam*:

குப்பமொன்றில் நான்குகுடி நூற்றிருப தாகும்பொன்  
செப்பமுடன் பங்கிடுதல் செப்பொன்றால்-தப்பறவே  
இரண்டிலொன்று நான்கு எட்டிலொன்று-ஆறு  
திரண்டபொன்னை நீதெளியச் செப்பு.

For the total profit of 120 for 4 people, if the shares are  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{8}$ , what does each one get?

. 1<sup>st</sup> man gets  $\frac{1}{2} \times 120 = 60$

2<sup>nd</sup> man gets  $\frac{1}{4} \times 120 = 30$

3<sup>rd</sup> man gets  $\frac{1}{6} \times 120 = 20$

4<sup>th</sup> man gets  $\frac{1}{8} \times 120 = 15$

Adding  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{6}$  and  $\frac{1}{8}$  of 120 we get 125. So excess is 5

Actual share of 1<sup>st</sup> man =  $60 \times 120 / 125 = 57.5$

Actual share of 2<sup>nd</sup> man =  $30 \times 120 / 125 = 28.8$

Actual share of 3<sup>rd</sup> man =  $20 \times 120 / 125 = 19.2$

Actual share of 4<sup>th</sup> man =  $15 \times 120 / 125 = 14.4$

#### X *Mayachchaduram* – Magic squares

சீர்பெறும் ஈரே மொன்று சிறுபனி ரெண்டு மேழு ஏர்பெறும்  
பதினொன் றெட்டு இயல்பதி மூன்று ரெண்டு பேர்பெறும் ஐந்தீர் ஐந்து  
பெருகுமூன்று பின்னீ ரெட்டு கூர்பெறும் னால்முவைந்தாற் குறிப்புடன்  
ஒன்ப தாமே

The columns and rows add up to 34; each square of 4 numbers add up to 34;  
the numbers in the corners add up to 34.

14 1 12 7  
 11 8 13 2  
 5 10 3 16  
 4 15 6 9

9 x 9 square

51	46	53	6	1	8	69	64	71
52	50	48	7	5	3	70	68	66
47	54	49	2	9	4	65	72	67
60	55	62	42	37	44	24	19	26
61	59	57	43	41	39	25	23	21
56	63	58	38	45	40	20	27	22
15	10	17	78	73	80	33	28	35
16	14	12	79	77	75	34	32	30
11	18	13	74	81	76	29	36	31

Here the rows and columns add up to 369. Also there are 9 magic squares of 3 x 3 matrix

**XI The following problems can be grouped under linear equations:**

The problem of elephant, horse and donkey

யானை 1-க்குப் பணம் 250

குதிரை 1-க்குப் பணம்  $3/4$

ஆடு 1-க்குப் பணம்  $1/4$

பணமும் 100 ஆக இருக்க வேண்டும். உருப்படியும் 100 ஆக இருக்க வேண்டும்.

The price of an elephant = 5 *panam*

The price of a horse =  $3/4$  *panam*

The price of a donkey =  $1/4 \text{ panam}$

If the number of animals bought is 100 and the total *panam* spent is also 100 find the number of each animal and its cost.

One of the many answers is

12 elephants at the rate of 5 *panam* = 60

36 horses at the rate of  $3/4 \text{ panam}$  = 27

52 donkeys at the rate of  $1/4 \text{ panam}$  = 13

Therefore total animals = 100 total money paid = 100 *panam*

## XII *Kuruvikkanakku* – The problem of sparrows

சிறிது குருவிகள் பறந்து போச்சது. அதிலே ஒரு குருவி இருந்து நூறு குருவியளா, நூறு குருவியளா, நீங்கள் எத்தனை பேர்களைக் கேட்டது. நாங்களும், எங்களத்தனையும், எங்களில் பாதியும், பாதியில் பாதியும், நீயும் கூட்டினால் 100 என்று சொல்லிப் போட்டுப் போச்சது. ஆனபடியினாலே பறந்து போன குருவி எத்தனை?

There were many sparrows on a tree. Some flew away. A sparrow on the tree asked a sparrow flying away "We were 100.; how many flew away?" The second replied "Add the same number flying away to itself, then its half, then its one fourth and yourself, the total is 100" Find how many flew away?

Let  $b$  be number of birds which flew away

Then  $100 = b + b + \frac{1}{2}b + \frac{1}{4}b + 1$

$$100 - 1 = 2 \frac{3}{4} b$$

Therefore  $b = 99 \times \frac{4}{11} = 36$  sparrows

i.e.  $36 + 36 + 18 + 9 + 1 = 100$

### XIII The problem of flowers

In a village there was a Gaṇapati temple and a garden of flowers. The priest dipped the flowers in the tank where it doubled. He offered some flowers in the 1<sup>st</sup> temple. With the remaining he went to the next temple. It doubled in the tank and he gave the same number of flowers to the God. With the remaining he went to the 3<sup>rd</sup> temple. It doubled in the tank and he gave the same number of flowers to the God. There were no flowers left. How many did he have initially and how many did he offer to the lord each time?

Let the initial number of flowers be  $x$  and flowers offered to God be  $y$

In the tank the flowers became	$2x$
Offered to 1 <sup>st</sup> Ganapati	$y$
Remainder	$2x - y$
In 2 <sup>nd</sup> tank they became	$4x - 2y$
Offered to 2 <sup>nd</sup> Ganapati	$4x - 2y - y = 4x - 3y$
In 3 <sup>rd</sup> tank they became	$8x - 6y$
Offered to 3 <sup>rd</sup> Ganapati	$8x - 6y - y = 8x - 7y$

i.e.  $8x = 7y$  which means  $x/y = 7/8$ , or  $x : y = 7 : 8$

Flowers plucked initially = 7; Flowers offered to God each time = 8.

If the flowers plucked are 14 the flowers offered to god are 16 and so on.

### XIV Erumbukkanakku – The problem of ants

இலங்கையில் வீதி சுத்தும் எழுநூற்றுக் காதம் உண்டு வழியிதில் இடைவிடாமல்மிக எறும் பொழுங்காய் செல்லும் வலங்கையில் விரலே

வைத்தேன் வைத்ததில் எறும்பே ஏழாம் இலங்கையில் வீதி சுத்தும்  
எறும்புகள் எண்ணாய் நீரே.

The length of the roads in Lanka is 700 *kādam*. Ants are walking along the roads without any interval. If there are 7 ants to every *viralkadai*, how many ants are there in the roads of Lanka?

12 *viral* = 1 *shān*; 2 *shān* = 1 *muzham*; 2 *muzham* = 1 *sirukol* ;

4 *sirukol* = 1 *perunkol*; 500 *perunkol* = 1 *kuppidu*;

4 *kuppidu* = 1 *kādam*

Therefore 1 *kādam* = 3,84,000 *viralkadai*

Number of ants in 3,84,000 *viralkadai* or 1 *kadam* = 3,84,000 × 7 = 26,88,000

Number of ants in 700 *kādams* = 26,88,000 × 700 = 188,16,00,000

There are many such interesting examples from day to day life. We get an idea of the social life in those days, the monies that were used and so on.

The text proves to be a delight to researchers in mathematics and manuscriptology. Research on similar texts will be a great boon to scholars all over.